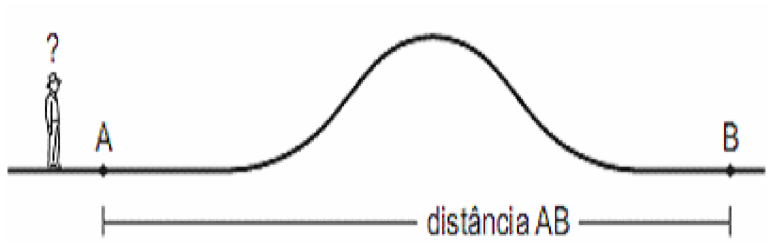
ATIVIDADE DE LABORATÓRIO: Calculando distâncias sem medir

Materiais

- Barbante;
- Estacas;
- Trena;
- Calculadora
- Régua Esquadro.

Enunciado do Problema

No campo ocorrem freqüentemente problemas com medidas que não podemos resolver diretamente com ajuda da trena. Por exemplo: em uma fazenda, como podemos calcular a distância entre dois pontos se existe um morro no meio?

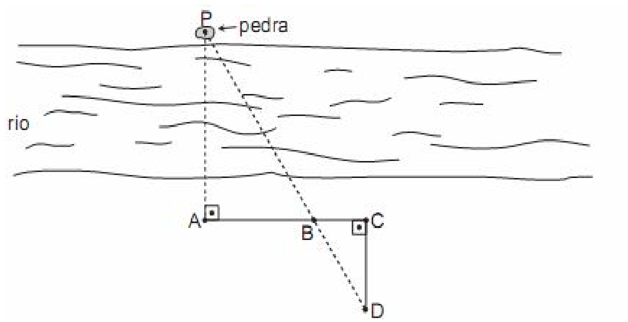


É claro que, observando o desenho acima, se esticarmos uma trena de A até B, subindo e descendo o morro, encontraremos um valor maior que o correto. Lembre-se de que quando falamos de distância entre dois pontos estamos considerando que a medida foi feita sobre a reta que une esses dois pontos. No nosso exemplo essa medida não pode ser calculada diretamente.

Também na cidade, a altura de um edifício ou mesmo de um poste são medidas difíceis de serem calculadas diretamente. Vamos mostrar, então, que com o auxílio da semelhança de triângulos e do Teorema de Pitágoras podemos descobrir distâncias sem fazer o cálculo direto das medidas.

Atividade 1: Calculando a largura de um rio

Estamos em uma fazenda cortada por um rio bastante largo. Temos uma trena de 20 m e a largura do rio parece ser muito maior que isso. O que podemos fazer para determinar a largura desse rio? As pessoas que vão fazer as medidas estão na parte de baixo do desenho. Elas procuram na outra margem algum objeto para fixar a atenção. Imagine então que uma das pessoas, estando no ponto A, veja uma pedra P do outro lado do rio. Observe o desenho.



Para determinar a distância AP fazemos o seguinte.

a. Fixamos uma estaca no ponto A e amarramos nela um barbante. O barbante é esticado até um ponto C qualquer, de forma que o ângulo P´C seja reto;

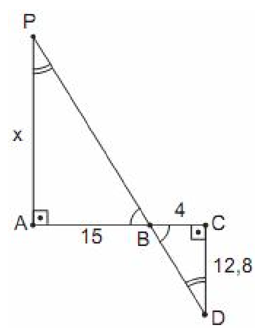
b. Fixamos uma estaca em C. Sobre o barbante esticado AC devemos agora escolher um ponto B qualquer, que, de preferência, esteja mais próximo de C que de A.

c. Fixamos então uma estaca em B.

d. Riscamos agora no chão uma reta que parte de C e faz ângulo reto com o barbante, como mostra o desenho. Vamos caminhando sobre essa reta até que a estaca B esconda através de si a pedra P que está do outro lado do rio.

e. Isto faz com que os pontos P, B e D do desenho fiquem em linha reta. Ora, na margem de baixo todas as distâncias podem ser medidas. Suponha então que os valores encontrados tenham sido os seguintes: AB = 15 m, CD = 12,80 m e BC = 4m.

f. Observe já o novo desenho com as medidas e ângulos iguais assinaladas.



Os triângulos ABP e CBD são semelhantes porque possuem os mesmos ângulos. Logo, seus lados são proporcionais. Fazendo a distância AP igual a x temos a proporção:

$$\frac{x}{12{,}8} = \frac{15}{4} \Rightarrow x = \frac{12{,}8\ .\ 15}{4} \Rightarrow x = 48\,m$$

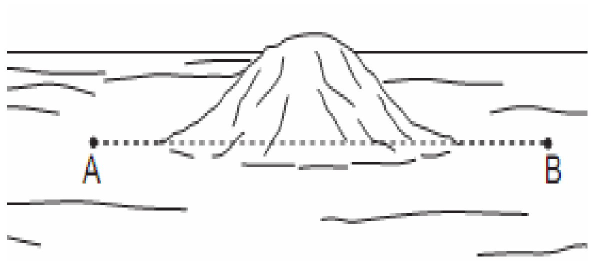
Falta pouco agora. Medimos então a distância da estaca A ao rio. Suponha que essa distancia seja 1,60 m. Então 48 – 1,6 m = 46,4 m

Desafio

Utilize a idéia da atividade anterior para calcular a medida da rua em frente a sua escola.

Atividade 2: A distância entre dois pontos com um obstáculo no meio

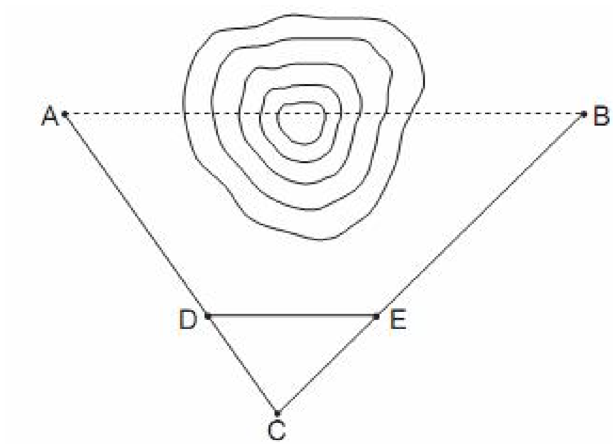
Estamos ainda fazendo medições em nossa fazenda. Temos agora que calcular a distância entre dois pontos A e B situados de tal maneira que, se você estiver em um deles, não aviste o outro.



No nosso caso, o terreno em volta do morro é razoavelmente plano, mas os pontos A e B estão de tal forma localizados que medir diretamente a distância entre eles em linha reta é impossível. O que podemos fazer?

Como do ponto A não podemos ver o ponto B, a solução não pode ser feita da mesma forma que no problema anterior. Procuramos então encontrar um ponto C de onde se possa avistar os pontos A e B.

A figura a seguir mostra a nossa situação vista de cima.

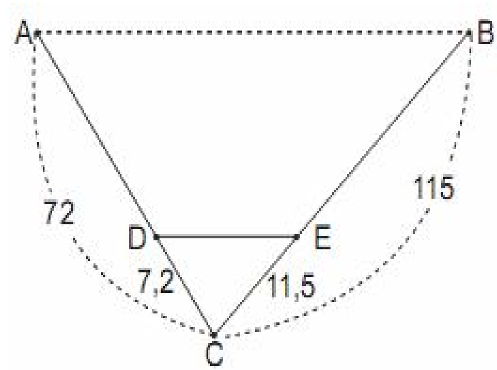


Fixamos então uma estaca em C e medimos com a trena (aplicada várias vezes) as distâncias AC e BC. Os valores encontrados foram os seguintes: AC = 72 m e BC = 115 m

Agora, vamos dividir essas distâncias por um úmero qualquer. Por exemplo 10:

Sobre a reta AC fixamos uma estaca no ponto D, onde DC = 7,2 m. Sobre a reta BC fixamos uma estaca no ponto E, onde EC = 11,5 m.

O que temos então?



Criamos o triângulo CDE que é semelhante e dez vezes menor que o triângulo CAB. Podemos medir agora a distância DE.

Se encontramos DE = 12,3 m, como sabemos que AB é dez vezes maior que DE, temos que AB = 123 m.

O problema está resolvido.

Resumindo, para calcular uma distância que não pode ser medida diretamente devemos formar com ela um triângulo e, em seguida, um outro semelhante bem menor.

Medindo os lados desse triângulo menor e utilizando a semelhança do triângulos, podemos calcular o lado desconhecido no triângulo maior.

Desafio

Utilize a idéia da atividade anterior e encontre na rua, no pátio ou em algum lugar próximo á escola um obstáculo e encontre a distancia entre dois pontos A e B.

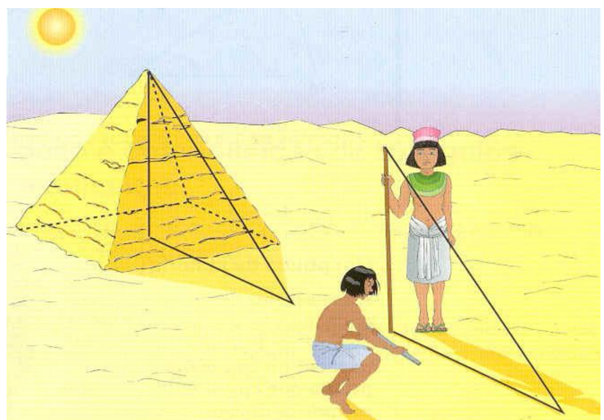
Se possível utilize a trena para verificar se os cálculos estão corretos

Atividade 3: Cálculo da altura de um poste

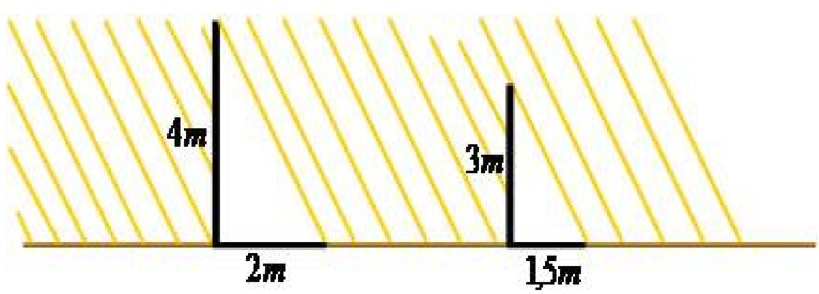
Tales de Mileto (aproximadamente 624-556 A. C.) foi um filósofo grego que um dia visitou o Egito. Conta-se que, para avaliarem a sua sabedoria, os sacerdotes lhe pediram para calcular a altura da pirâmide de Quéops (a base da pirâmide é um quadrado).

A forma como Tales resolveu o problema baseia-se na semelhança de triângulos, mas quanto à estratégia seguida há várias versões, sendo a seguinte a mais referida na História da Matemática.

Conta-se que Tales verificou que, num certo dia e a uma determinada hora, a sua sombra tinha exatamente a sua altura. Então, transferindo para a pirâmide, Tales concluiu que: A altura da pirâmide é igual a sobra da pirâmide mais metade do lado da base.



Em seus estudos, Tales observou que os raios solares que chegavam à Terra estavam na posição inclinada e eram paralelos, dessa forma, ele concluiu que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura dos objetos, Tales observou que, num mesmo instante, a razão entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra que esse objeto projetava no chão era sempre a mesma para quaisquer objetos observe a ilustração:



Com base nesse esquema, Tales conseguiu medir a altura de uma pirâmide com base no tamanho da sua sombra.

Para tal situação, em um dia de sol, ele procedeu da seguinte forma:

- Mediu o comprimento de uma estaca e fincou a mesma na areia,
- Mediu a sombra da pirâmide;
- Mediu a sobra da estaca

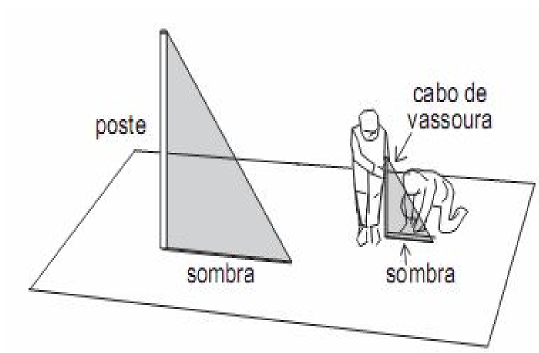
De posse das medidas estabeleceu a proporção:

$$\frac{altura\ da\ pirâmide}{sombra\ da\ pirâmide} = \frac{altura\ da\ estaca}{sombra\ da\ estaca}$$

A altura encontrada por Tales foi de aproximadamente 140 metros

Desafio

Utilize a idéia da atividade anterior e calcule a altura de um poste, de um edifício ou de uma árvore próximo a sua escola.



Se possível utilize a trena para verificar se os cálculos estão corretos.